Uitwerking tentamen Fundamentele Informatica 1 (I&E)
maandag 17 december 2012

12:22

1(a) Eerste ~~zes~~ zeven elementen van $L_1L_2^*$: Λ, b, aa, ab, bb, aab, abb

12:27

(b)

Ja, er geldt altijd dat $L_1L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$

Stel namelijk dat $x \in L_1L_2^*$ willekeurig $\Longrightarrow x = x_1x_2$, met $x_1 \in L_1$ en $x_2 \in L_2^*$

$\Longrightarrow x_2 = y_1y_2\cdots y_k$ voor zekere $k \geq 0$ en $y_1, y_2, \ldots, y_k \in L_2$

$x = x_1x_2$ met $x_1 \in L_1$ en

$\Longrightarrow x = x_1y_1y_2\cdots y_k$ met $x_1 \in L_1$, $k \geq 0$ en $y_1, y_2, \ldots, y_k \in L_2$

$\Longrightarrow x = x_1y_1y_2\cdots y_k$ met $x_1 \in L_1 \cup L_2$, $k \geq 0$ en $y_1, y_2, \ldots, y_k \in L_1 \cup L_2$

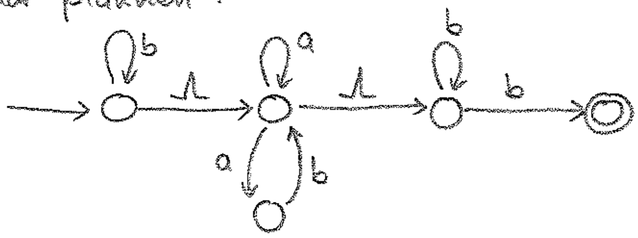
(want logischerwijs $L_1 \subseteq L_1 \cup L_2$ en $L_2 \subseteq L_1 \cup L_2$)

$\Longrightarrow x \in (L_1 \cup L_2)^*$.

12:33

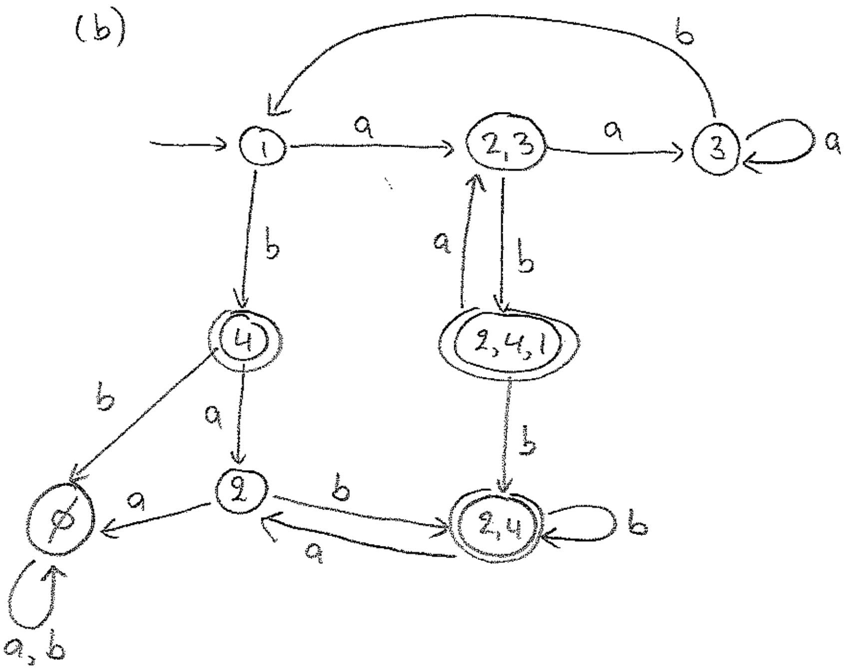
2(a)

Een NFA, waarbij we vier onderdelen b^*, $(a+ab)^*$, b^*, b achter elkaar plakken:



12:35

(b)



12:41

(c) Eerst tijdje in toestanden 1 en 3: $(aa^*b)^*$

Dan naar toestand 4: $ab^*b + b$

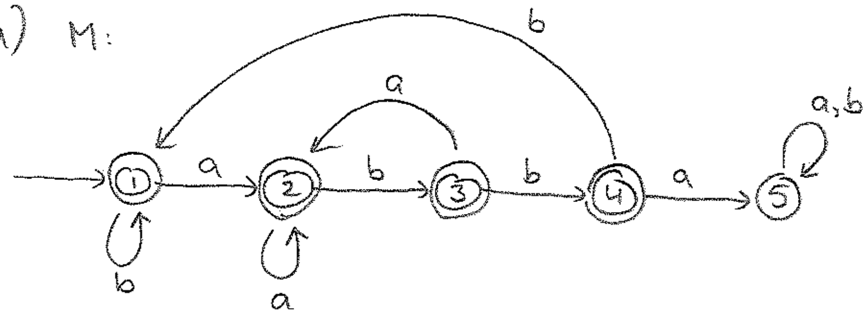
Dan nog tijdje in toestanden 2 en 4: $(ab^*b)^*$

Dus totaal:

$$(aa^*b)^*\,(ab^*b+b)\,(ab^*b)^*$$

12:46

3 (a) M:



12:48

(b) We kunnen G construeren uit M, met variabelen X_i die corresponderen met toestand i

Startvariabele X_1

Producties:

$$X_1 \rightarrow aX_2 \mid bX_1 \mid \Lambda$$
$$X_2 \rightarrow aX_2 \mid bX_3 \mid \Lambda$$
$$X_3 \rightarrow aX_2 \mid bX_4 \mid \Lambda$$
$$X_4 \rightarrow aX_5 \mid bX_1 \mid \Lambda$$
$$X_5 \rightarrow aX_5 \mid bX_5$$

12:51

4 (a)

We zeggen dat G in Chomsky normaalvorm is, als iedere productie van de vorm $A \rightarrow BC$ (met $A, B, C \in V$) of van de vorm $A \rightarrow \sigma$ (met $A \in V$, $\sigma \in \Sigma$) is.

12:54

(b)

Eerst Λ-producties wegwerken.

De nullable variabelen zijn T en S (via $S \Rightarrow T \Rightarrow \Lambda$).

We voegen producties toe, die uit bestaande producties ontstaan door één of meer nullable variabelen weg te laten. Dit resulteert in

$$S \rightarrow aSb \mid T \mid ab \mid \cancel{\Lambda}$$
$$T \rightarrow bTa \mid TT \mid \cancel{\Lambda} \mid ba \mid T$$

Vervolgens schrappen we de Λ-producties

12:59

Nu unit-producties wegwerken.
We hebben $S \Rightarrow T$ en $T \Rightarrow T$
De laatste voegt niets toe, dus we kunnen $T \to T$ sowieso schrappen.
In plaats van $S \to T$ nemen we producties $S \to \alpha$, waarbij α de rechterkant van een productie $T \to \alpha$ is. Dit resulteert in:

$S \to aSb \mid ab \mid bTa \mid TT \mid ba$
$T \to bTa \mid TT \mid ba$

13:02

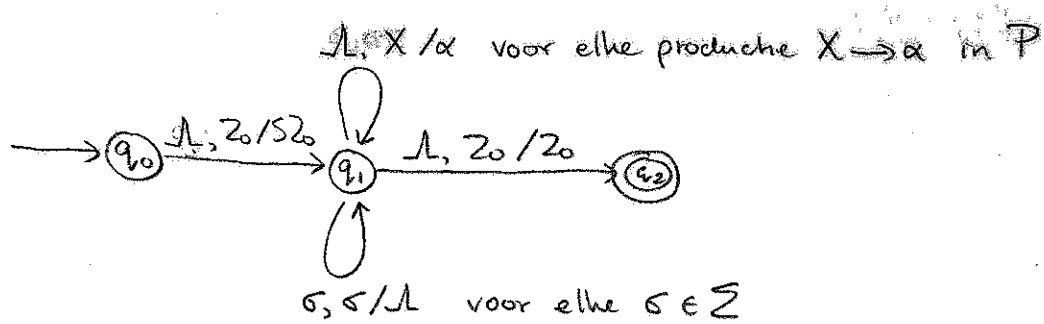
Nu variabelen X_a en X_b toevoegen, voor die producties waar a, b in rechterkant voorkomen.
Verder te lange (langer dan 2 letters) rechterkanten opsplitsen.

$S \to X_a Y_1 \mid X_a X_b \mid X_b Y_2 \mid TT \mid X_b X_a$
$Y_1 \to S X_b$
$Y_2 \to T X_a$
$T \to X_b Y_2 \mid TT \mid X_b X_a$
$X_a \to a$
$X_b \to b$

13:05

5 (a)

NT(G) ziet er als volgt uit:



13:08

(bi) Het betreft linkspreferente afleidingen.
Immers, de strings in de afleiding komen in principe van-links-naar-rechts van-boven-naar-beneden op de stapel. Als een string meerdere variabelen bevat, kun je alleen de bovenste op de stapel benaderen / vervangen / herschrijven. Dit is dus de meest linkse in de string

13:09

(bii) Resterende invoer is $y \Rightarrow x = wy$ voor zekere $w \in \Sigma^*$
Onderop stapel staat altijd $Z_0 \Rightarrow \alpha = \beta Z_0$ voor zekere $\beta \in \Gamma^*$

De configuratie correspondeert dan met de string $w\beta$ in de afleiding
De prefix w is al gematched tegen de invoer. De suffix β moet nog weggewerkt / gematched worden.

13:13

Uitwerking tentamen Fundamentele Informatica 1 (I&E)
maandag 17 december 2012

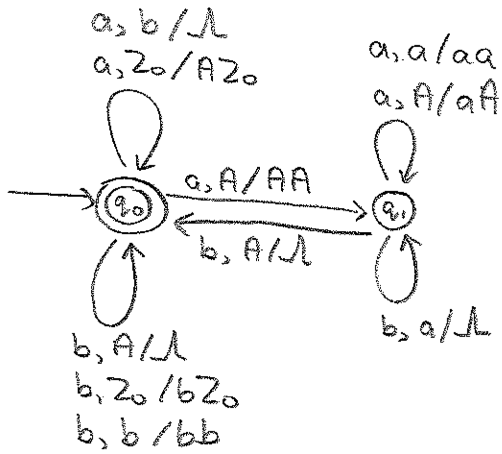
13:16

13:19

6 (a) De eerste vier elementen van L: Λ, a, b, ab (aa zit niet in L)

13:20

(b)



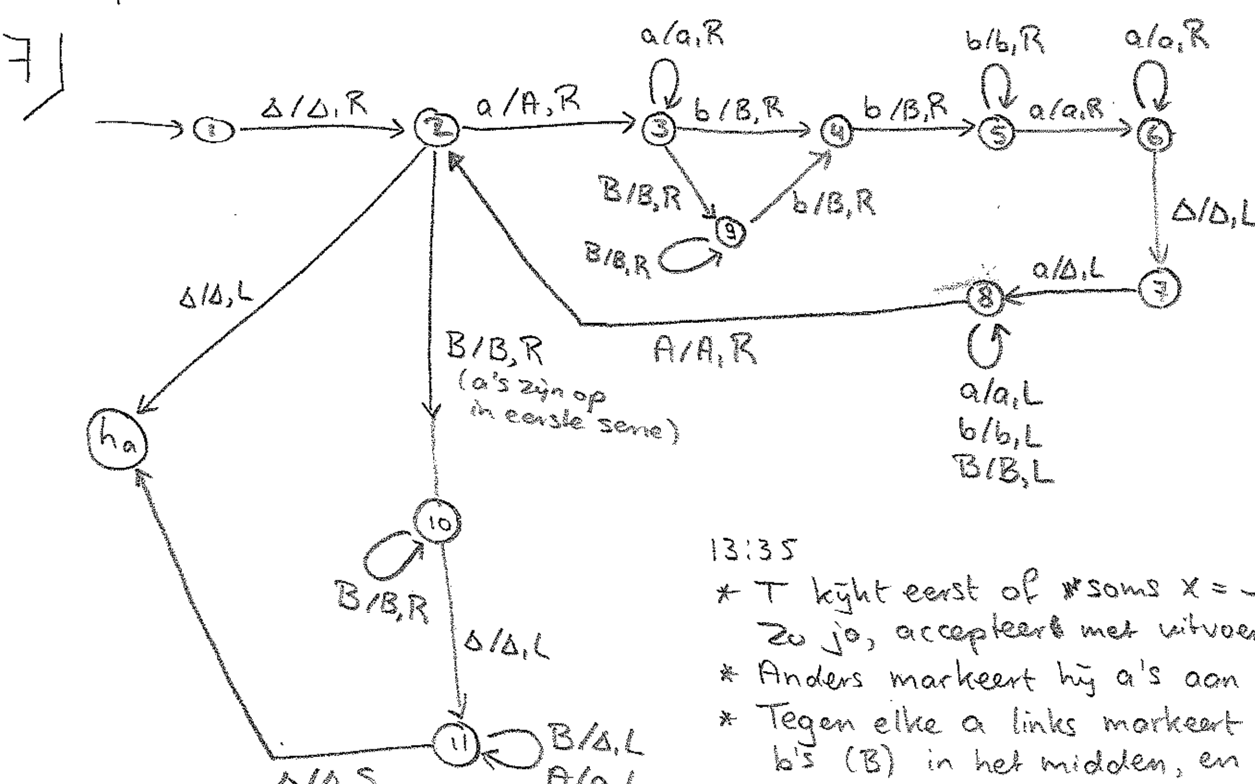
13:24

(c)

$(q_0, aaabbb, Z_0) \vdash (q_0, aabbb, AZ_0) \vdash (q_1, abbb, AAZ_0) \vdash (q_1, bbb, aAAZ_0)$
$\vdash (q_1, bb, AAZ_0) \vdash (q_0, b, AZ_0) \vdash (q_0, \Lambda, Z_0)$

13:27

7)



13:35

* T kijkt eerst of soms x = Λ.
  Zo ja, accepteert met uitvoer Λ
* Anders markeert hij a's aan linkerkant (A)
* Tegen elke a links markeert T twee b's (B) in het midden, en schrapt T rechts een a.
* als a's links op zijn, controleert T of alle B's gemarkeerd zijn, en of de a's rechts ook weg zijn.
* Zo ja, accepteert met uitvoer a^n.

13:3g

Als x niet van de juiste vorm is:

- x begint niet met a $\Longrightarrow$ crash meteen in toestand 2
- x bevat alleen maar a's of minder dan 2n b's $\Longrightarrow$ crash in toestand 3, 4 of 9 als we geen b vinden.
- x bevat te weinig a's rechts $\Longrightarrow$ crash in toestand 5
- x is niet van vorm $a^i b^j a^k$ (dwz: na de a^k komen weer b's) $\Longrightarrow$ crash in toestand 6 als we geen Δ vinden
- x bevat te veel b's of te veel a's rechts $\Longrightarrow$ crash in toestand 10 als we geen Δ vinden.

13:4~~4~~5