Beknopte antwoorden opgaven werkcollege 9

Opgave 54

Maak de volgende graaf:

- elke knoop stelt een commissie voor
- tussen een paar knopen loopt een tak als de bijbehorende commissies overlappende leden hebben

Het probleem is dan om elke commissie (knoop) een middag (kleur) toe te wijzen op zo'n manier dat twee commissies met overlappende leden (naburige knopen) niet dezelfde middag (kleur) hebben.

Opgave 59

a. Zie uitwerking website

b. Gegeven zijn een verzameling S en een getal t: $x = \langle S, t\rangle$. Laat n het aantal getallen in S zijn; $n \in O(|S|)$.

- Fase 1 (gokfase): genereer een string s, te interpreteren als een rij gehele getallen.
- Fase 2 (verificatiefase):
  1. controleer dat er hooguit n getallen staan: $O(|s|)$
  2. controleer dat alle getallen voorkomen in S: $O(|S| \times n)$
  3. controleer dat s geen dubbele getallen bevat: $O(|s|^2)$
  4. controleer dat de getallen sommeren tot t: $O(|s|)$

  Als alles positief dan True, anders False of niets.
- Fase 3 (uitvoerfase): als True dan "ja", anders niets: $O(1)$

Het algoritme zegt "ja" d.e.s.d.a. er een string s bestaat die True geeft d.e.s.d.a. er een string s bestaat die een deelverzameling van S voorstelt die sommeert tot t d.e.s.d.a. x een ja-instantie is van SubsetSum.

Bij een "ja"-uitvoer geldt ook dat $|s| \in O(|x|)$. Alles is dus polynomiaal in $|x|$.

c. Gegeven zijn een graaf $\mathcal{G} = (V, E)$ en een $k \geq 0$: $x = \langle \mathcal{G}, k\rangle$.

- Fase 1 (gokfase): genereer een string s, te interpreteren als een rij knopen (zeg getallen)
- Fase 2 (verificatiefase):
  1. controleer dat elke knoop in s ook in V zit: $O(|s| \times |V|)$
  2. controleer dat s geen dubbele knopen bevat: $O(|s|^2)$
  3. controleer dat s minstens k knopen bevat: $O(|s|)$
  4. controleer dat elk paar knopen in s een tak bevat: $O(|s|^2 \times |E|)$

Als alles positief dan True, anders False of niets.

- Fase 3 (uitvoerfase): als True dan "ja", anders niets: $O(1)$

Het algoritme zegt "ja" d.e.s.d.a. er een string s bestaat die True geeft d.e.s.d.a. er een string s bestaat die een deelverzameling van V voorstelt die alle takken bevat d.e.s.d.a. x een ja-instantie is van Kliek.

Bij een "ja"-uitvoer geldt ook dat $|s| \in O(|x|)$. Alles is dus polynomiaal in $|x|$.

d. Gegeven zijn een volledige, ongerichte, gewogen graaf $\mathcal{G} = (V, E)$ en een $k \geq 0$: $x = \langle \mathcal{G}, k \rangle$.

- Fase 1 (gokfase): genereer een string s, te interpreteren als een rij knopen (zeg getallen)
- Fase 2 (verificatiefase):
  1. controleer dat elke knoop in s ook in V zit: $O(|s| \times |V|)$
  2. controleer dat s alle knopen uit V bevat: $O(|V| \times |s|)$
  3. controleer dat s geen dubbele knopen bevat: $O(|s|^2)$
  4. controleer dat de gewichten op de takken tussen alle opeenvolgende knopen (plus de tak tussen de laatste en de eerste knoop) sommeren tot hooguit k: $O(|s| \times |E|)$

  Als alles positief dan True, anders False of niets.
- Fase 3 (uitvoerfase): als True dan "ja", anders niets: $O(1)$

Het algoritme zegt "ja" d.e.s.d.a. er een string s bestaat die True geeft d.e.s.d.a. er een string s bestaat die een Hamiltonkring voorstelt met totaalgewicht $\leq k$ d.e.s.d.a. x een ja-instantie is van TSP.

Bij een "ja"-uitvoer geldt ook dat $|s| \in O(|V|) \subseteq O(|x|)$. Alles is dus polynomiaal in $|x|$.

Opgave 61

Een DNF-formule is waar te maken d.e.s.d.a. er minstens één clausule is waar te maken d.e.s.d.a. er minstens één clausule is waar niet dezelfde variabele zowel positief als negatief voorkomt (want beide voorkomens moeten waar zijn). Dit is triviaal te controleren in $O(c \times k^2)$, waar c het aantal clausules is en k het maximale aantal variabelen per clausule. $c \in O(|\phi|)$ en $k \in O(|\phi|)$, dus het geheel zit in $O(|\phi|^3)$.