

# Oefeningen Computationale Intelligentie

## Opgave 1. Predicate Logic

Geef interpretaties over universum  $\mathcal{U} = \{1, 2\}$  die de volgende formules over predicaatsymbolen  $\mathcal{P} = \{P/2, Q/1\}$  en functiesymbolen  $\mathcal{F} = \{f/1, a/0\}$  waar maken:

a.  $\forall x((\exists yP(x, y)) \rightarrow Q(x))$

(Wat niet gespecificeerd is, mag willekeurig ingevuld worden.)

$$P^{\mathcal{I}} = \emptyset$$

$$Q^{\mathcal{I}} = \emptyset$$

b.  $\forall x((\exists yP(x, y)) \wedge Q(x))$

$$P^{\mathcal{I}} = \{(1, 1), (2, 1)\}$$

$$Q^{\mathcal{I}} = \{1, 2\}$$

c.  $Q(a) \wedge (\forall xQ(x) \rightarrow Q(f(x)))$

$$Q^{\mathcal{I}} = \{1\}$$

$$a^{\mathcal{I}} = 1$$

$$f^{\mathcal{I}}(1) = 1$$

d.  $\forall x(Q(x) \wedge Q(f(x)))$

$$Q^{\mathcal{I}} = \{1, 2\} \quad f^{\mathcal{I}}(x) = x$$

e.  $\forall x\forall y((P(x, y) \rightarrow Q(x)) \wedge P(x, y) \wedge \neg Q(x))$

Voor deze formule bestaat geen interpretatie.

## Opgave 2. Integer Lineair Programmeren

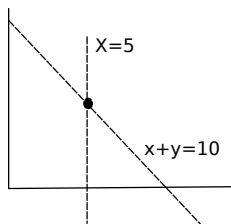
Los de volgende integer linear programmeren problemen op.

a. maximaliseer  $2x + 3y$

waar  $x + y \leq 10$

$$x \leq 5$$

$$x, y \in \mathbb{N}$$



In punt (0,10)

b. maximaliseer  $2x - 3y$

waar  $x + y \geq 10$

$$x \leq 5$$

$$x, y \in \mathbb{N}$$

Ook in punt (5,5)

We willen een waardetoekenning voor de atomen  $p$ ,  $q$  en  $r$  vinden die de onderstaande formules waar maakt, terwijl zoveel mogelijk atomen tegelijk waar zijn. Construeer voor het oplossen hiervan een equivalent ILP probleem.

c.  $(p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee \neg q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

Optioneel een optimalisatie criterium.

Constraints:

$$p + q + (1 - r) \geq 1$$

$$p + (1 - q) + r \geq 1$$

$$(1 - p) + (1 - q) \geq 1$$

$$p, q, r \in \mathbb{N}$$

$$0 \leq p, q, r \leq 1$$

d.  $(p \wedge \neg q) \vee (\neg q \wedge \neg r)$

$$p + (1 - q) \geq 1$$

$$p + (1 - r) \geq 1$$

$$(1 - q) + (1 - r) \geq 1 \implies 2 - 2q \geq 1 \implies q \leq 0.5 \implies q = 0$$

$$(1 - q) + (1 - r) \geq 1$$

**Opgave 3. Fuzzy Logic**

Gegeven zijn de volgende twee Fuzzy sets:

$$A = \sum_{x \in X} \mu_A(x)/x$$

met  $\mu_A(0) = 0, \mu_A(1) = 0.5, \mu_A(2) = 1, \mu_A(3) = 0.5, \mu_A(4) = 0, \mu_A(5) = 0$ , en

$$B = \sum_{x \in X} \mu_B(x)/x$$

met  $\mu_B(0) = 0, \mu_B(1) = 0, \mu_B(2) = 0.5, \mu_B(3) = 1, \mu_B(4) = 0.5, \mu_B(5) = 0$ .

a. Geef de *core* van deze fuzzy sets.

A: 1

B: 3

b. Geef een mogelijke instantie van de T-conorm van 2 fuzzy sets en bepaal de T-conorm van de bovenstaande fuzzy sets volgens deze definitie.

Co-norm: disjunctie, or generalisatie, bijv. *max*

$$\mu_{A \vee B}(0) = 0, \mu_{A \vee B}(1) = 0.5, \mu_{A \vee B}(2) = 1, \mu_{A \vee B}(3) = 1, \mu_{A \vee B}(4) = 0.5,$$

$$\mu_{A \vee B}(5) = 0$$

c. Gegeven zijn de volgende twee *crisp* sets:  $C = \{a, b\}$  en  $D = \{b, c\}$ , beide over het universum  $\{a, b, c\}$ . Met behulp van deze verzamelingen maken we het volgende Mamdani systeem:

als  $x$  is  $A$ , dan  $y$  is  $C$

als  $x$  is  $B$ , dan  $y$  is  $D$

Bepaal voor elke  $x$  de membership functie voor  $y$  zoals berekend door dit systeem, angenommen dat  $x$  domein  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  heeft en  $y$  domein  $\{a, b, c\}$ .

	a	b	c
0	0	0	0
1	0.5	0.5	0
2	1	1	0.5
3	0.5	1	1
4	0	0.5	0.5
5	0	0	0