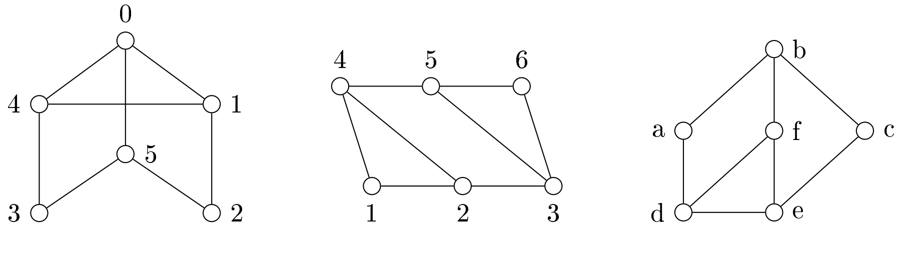
41) **a.** De ongerichte grafen G_1 en G_3 hieronder zijn isomorf. Geef een isomorfisme tussen G_1 en G_3.

b. G_2 is niet isomorf met de andere twee grafen. Geef een eenvoudig argument waarom dat niet het geval is.



G_1 G_2 G_3

42) Hoeveel niet-isomorfe samenhangende grafen zijn er met vier knopen? Met vijf? En tien?

43) **a.** Teken de vijf niet-isomorfe samenhangende ongerichte grafen met vijf knopen en vijf lijnen.

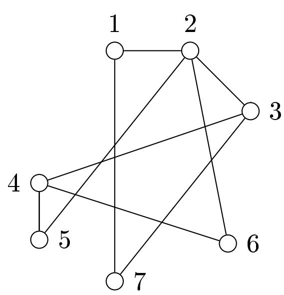
b. Geef voor elk van de in **a.** getekende grafen aan welke bipartiet zijn en welke niet. Als een graaf bipartiet is, geef dan een correcte opsplitsing van de knopen; zo niet, geef dan aan waarom niet.

c. Hebben de grafen $K_{2,4}$ (compleet bipartiet) en K_6 (compleet) een Eulercircuit? Zo ja, teken de graaf, nummer de knopen en geef een Eulercircuit; zo nee geef aan waarom niet.

d. Hoeveel 5-reguliere grafen bestaan er met 7 knopen? En hoeveel compleet bipartiete grafen met 7 knopen? Motiveer je antwoord en teken ze allemaal.

44) Prove Theorem 8.11: The following are equivalent for a graph G:
(i) G is 2-colorable. (ii) G is bipartite. (iii) Every cycle of G has even length.

45) Gegeven de ongerichte graaf G:



a. Is G bipartiet? Motiveer je antwoord.

b. Heeft G een Eulercircuit? Zo ja, geef er een; zo nee, waarom niet?

c. G heeft geen Hamiltoncykel. Leg uit waarom niet.

46) De relatie R in $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ bestaat uit de paren $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 1)$, $(3, 4)$, $(4, 5)$, $(5, 2)$.

a. Teken R als gerichte graaf.

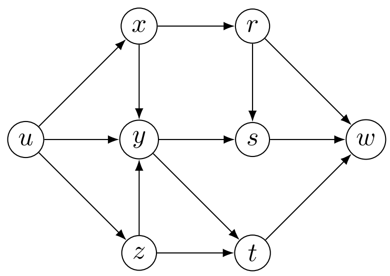
b. Bepaal R^2 en teken deze als gerichte graaf. Gebruik hierbij de graaf uit **a**. Doe hetzelfde voor R^3.

c. Is de graaf uit **a.** sterk samenhangend?

d. Bepaal de transitieve afsluiting van R.

47) Een *topologische ordening* van een gerichte graaf $G = (V, E)$ is een volgorde $v_1, \ldots, v_n$ van alle knopen van G zó dat als $(v_i, v_j) \in E$, dan $i < j$. (Je kunt de knopen van de graaf op een lijn tekenen waarbij alleen pijlen van de graaf van links naar rechts lopen.)

a. Bepaal een topologische sortering van onderstaande gerichte graaf.



b. Bewijs Theorem 9.8 van Schaum: Let S be a finite directed cycle-free graph. Then there exists a topological sort of the graph S.