33) **a.** De rij van Fibonacci wordt gegeven door $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ $(n \geq 1)$ met beginwaarden $F_0 = 0$ en $F_1 = 1$. Bereken $\sum_{k=1}^{4} F_{2k}$.

b. Bepaal formules (uitgedrukt in n) voor achtereenvolgens $\sum_{k=0}^{n}(-2)^k$, $\sum_{k=0}^{n} 1$ en $\sum_{k=0}^{n}(3^k + (-2)^k + 1)$.

c. In het universum $\mathbb{P} = \mathbb{N}^+$ is V_n de verzameling veelvouden van n. Geef een uitdrukking (mbv. de V_n) van de verzameling priemgetallen.

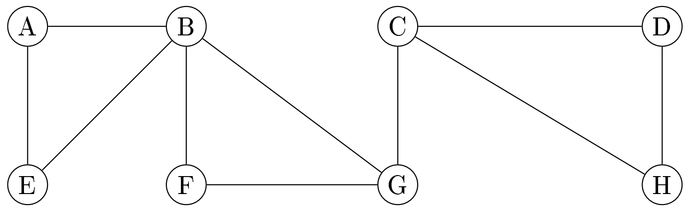
d. Gegeven is een $n \times n$ matrix $A = (a_{ij})$. Geef een formule voor het optellen van de elementen rechtsboven de diagonaal.

34) Vind een algemene formule (bewijs is hier niet nodig).

a. $1 = 1,\ 1 - 4 = -(1 + 2),\ 1 - 4 + 9 = 1 + 2 + 3,\ 1 - 4 + 9 - 16 = -(1 + 2 + 3 + 4),\ \ldots.$

b. $\frac{1}{1\cdot 2} = \frac{1}{2},\ \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} = \frac{2}{3},\ \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} = \frac{3}{4},\ \ldots.$

35) Consider the graph $\mathcal{G}$ [hieronder]. Find: (a) the degree of each vertex (and verify Theorem 8.1); (b) all simple paths from A to G; (c) all trails (distinct edges) from B to C; (d) $d(A, C)$, the distance from A to C; (e) diam($\mathcal{G}$), the diameter of $\mathcal{G}$.



36) Consider the graph $\mathcal{G}$ [hierboven]. Find: (a) all cycles, if any; (b) all cut points, if any; (c) all bridges, if any.

37) Consider the graph $\mathcal{G}$ [hierboven]. Find the subgraph $\mathcal{G}(V', E')$ induced by: (a) $V' = \{ B, C, D, E, F \}$; (b) $V' = \{ A, C, E, G, H \}$; (c) $V' = \{ B, D, E, H \}$; (d) $V' = \{ C, F, G, H \}$;

38) Laat $\mathcal{G} = (V, E)$ een (ongerichte) graaf zijn met $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Verder is gegeven dat knoop i graad i heeft voor $i = 1, 2, 3, 4, 5$.

a. Leg uit, zonder de graaf te (proberen te) tekenen, waarom knoop 6 oneven graad moet hebben.

b. Leid uit de gegevens af hoe $\mathcal{G}$ er uitziet en teken deze. Licht toe hoe je aan je antwoord komt.

39) Suppose that a undirected graph G contains two distinct simple paths from a vertex u to a vertex v. Show that G has a cycle.

40) Let G be a connected graph. Prove:

a. If G contains a cycle C which contains an edge e; then $G - e$ is still connected.

b. If $e = \{u, v\}$ is an edge such that $G - e$ is disconnected, then u and v belong to different components of $G - e$.