82) Definieer de relatie S in Σ^* (met Σ een alfabet) als volgt: xSy desda x een deelwoord is van y.
Bewijs dat S een partiële ordening is.

83) Bereken L^2 voor de volgende talen:

$L = \{\lambda\}$, $L = \{\lambda, a\}$, $L = \{a, b, ab\}$, $L = \varnothing$, $L = \{aa\}^*$.

84) Bepaal steeds een woord van minimale lengte *niet* in de taal.

a. $1^*\{01\}^*0^*$

b. $(0^* \cup 1^*)(0^* \cup 1^*)(0^* \cup 1^*)$

c. $\{0\}^* \cdot (\{10\} \cdot \{0\}^*)^* \cdot \{1\}^*$

d. $1^*\{0, 10\}^*1^*$

85) Bewijs de volgende implicaties, waarin L een niet-lege taal is over een alfabet Σ.

a. Als $\lambda \in L$, dan is $L \subseteq L^2$

b. Als $L = L^2$, dan is $\lambda \in L$

c. Als $L = L^2$, dan is $L = L^n$ voor $n \geq 2$

d. Als $L = L^2$, dan is $L = L^*$

86) Laat zien, door een tegenvoorbeeld te geven, dat de volgende gelijkheden niet gelden. K en L zijn talen over een alfabet Σ.

a. Als $K^2 = L^2$ dan $K = L$

b. Als $K^* \subseteq L^*$ dan $K \subseteq L$

c. $(K^*)^n = (K^n)^*$, voor $n \in \mathbb{N}$

d. $(KL)^* = (LK)^*$

87) Gegeven de inductieve definitie van een taal L:

(i) $\lambda, a \in L$,
(ii) als $x \in L$, dan $xb, xba \in L$,
(iii) L bevat geen woorden anders dan via (i) en (ii) geconstrueerd.

Laat zien dat L precies de taal is van woorden zonder subwoord aa. Gebruik inductie.

88) Gebruik taal-bewerkingen om de volgende talen over $\Sigma = \{\ a, b\ \}$ te verkrijgen uit eindige talen. Geef ook de bijbehorende reguliere expressies. Als voorbeeld: de verzameling woorden van even lengte is $\{\ aa, ab, ba, bb\ \}^*$. Als reguliere expressie: $(aa + ab + ba + bb)^*$.

a. De verzameling woorden van oneven lengte.

b. De woorden met precies één voorkomen van de letter a.

c. De woorden die beginnen met een a of eindigen met twee b's (of allebei).

d. De woorden met ten minste drie opeenvolgende a's.

e. De woorden met het subwoord $bbab$.

f. De woorden waarbij voor en na elke a een b staat.

89) De taal $L \subseteq \{0,1\}^*$ wordt recursief gedefinieerd door:

(i) $01, 10 \in L$
(ii) als $x \in L$, dan is $xx^R \in L$,
(iii) L bevat geen andere woorden.

a. Ga voor de volgende woorden na of ze al dan niet tot L behoren:
0110, 1010, 01010, 01011010

Laat $K = \{\ 01, 10\ \} \cup \{w \in \{01, 10\}^+ \mid w = w^R\ \}$.

b. Bewijs met structurele inductie dat $L \subseteq K$.

c. Is $K = L$? Beargumenteer uw antwoord.